

Da Porte Logiche a Parole

Un viaggio tra Matematica e Linguaggio

Cara lettrice, caro lettore,

oggi parliamo di porte logiche: **elementi fondamentali dell'elettronica digitale** che sottendono ogni operazione svolta da un computer, le cui proprietà si possono studiare approfonditamente usando il **linguaggio matematico**. Da questo punto di vista, possiamo immaginare le porte logiche come fossero funzioni: hanno un certo numero di variabili, o input, che possono valere $\{0, 1\}$, o {falso, vero}, e restituiscono un certo numero di valori, anch'essi $\{0, 1\}$. Oggi parleremo di **porte logiche unarie e binarie**, cioè con uno o due input rispettivamente, e un solo output: di fatto le più semplici possibili. Queste costruzioni logiche sono così comuni, semplici ed eleganti, da ritrovarsi anche molto spesso nel linguaggio quotidiano. Analizziamo quindi queste strutture e i paralleli tra logica matematica e lingua italiana.

Le porte logiche AND, OR, XOR e NOT sono il "vocabolario base" dei circuiti digitali. La porta **AND** restituisce vero (1) solo se tutti gli ingressi sono veri (1), e falso (0) altrimenti. In termini linguistici, "la spiaggia è aperta quando il mare è calmo E c'è il sole" significa che entrambe le condizioni devono essere soddisfatte affinché la spiaggia sia aperta. In termini matematici, potremmo descrivere la funzione $f(x,y) = x \text{ AND } y$, come la funzione $f(x,y) = \min(x,y)$. Ma ci sono modi più eleganti di ottenere questo risultato, restringendo la nostra aritmetica a utilizzare solamente i valori 0 e 1.

A	B	A AND B	A	B	A OR B	A	B	A XOR B
V	V	V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F	F

A	NOT A
V	F
F	V

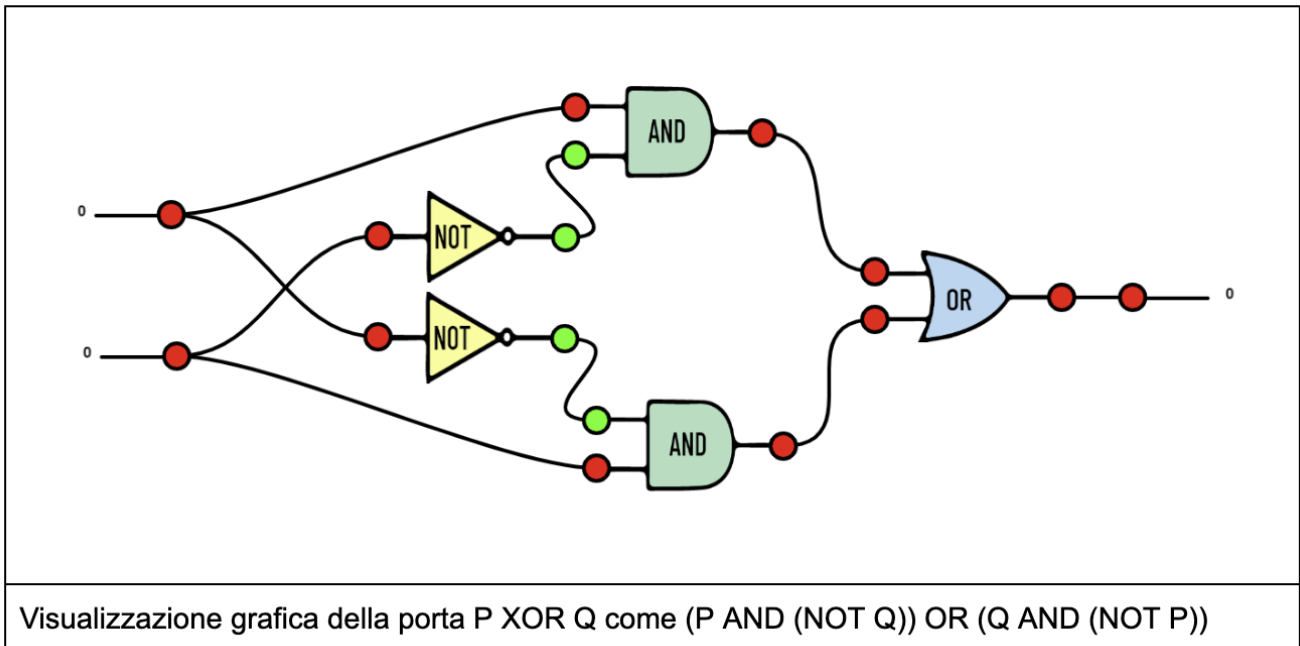
Tabelle di verità delle porte logiche AND, OR, XOR e NOT

La porta **OR** restituisce vero se almeno un ingresso è vero. Linguisticamente, "la partita viene annullata in caso di pioggia O di vento forte" ci dice che la presenza di almeno una delle due condizioni comporta l'annullamento della partita. In termini matematici, potremmo descrivere la funzione $f(x,y) = x \text{ OR } y$, come la funzione $f(x,y) = \max(x,y)$.

La porta **XOR**, o **OR** esclusivo, restituisce vero solo se gli ingressi sono diversi tra loro. Questo trova riscontro nella frase "ci troviamo alla stazione O nella piazza principale del paese", sottintendendo che ci si possa trovare in un solo luogo alla volta. In termini matematici, potremmo descrivere la funzione $f(x,y) = x \text{ XOR } y$, come la funzione $f(x,y) = |x-y|$.

L'operatore **NOT** è una negazione, trasformando vero in falso e viceversa. Concettualmente è il più semplice, ma le sue implicazioni possono essere profonde quando combinato con altri operatori. In termini matematici, potremmo descrivere la funzione $f(x) = \text{NOT } x$, come la funzione $f(x) = 1-x$.

Le funzioni possono essere composte tra di loro, cioè eseguite una di seguito a un'altra, facendo in modo che gli output della prima funzione coinvolta diventino gli input della seconda. Questo fenomeno si ritrova anche **nella lingua italiana**, quando si costruiscono delle frasi subordinate, che diventano componenti di altre frasi. Usiamo la composizione per descrivere in un altro modo la porta logica XOR: la tavola di verità di $P \text{ XOR } Q$ è la stessa che si ottiene da $(P \text{ AND } (\text{NOT } Q)) \text{ OR } (Q \text{ AND } (\text{NOT } P))$.



In pratica, questo significa che in una scelta esclusiva, come “ci troviamo alla stazione O nella piazza principale del paese”, stiamo in realtà dicendo “ci troviamo alla stazione E non ci troviamo in piazza, **OPPURE** ci troviamo in piazza E non ci troviamo alla stazione”. Provate a riscrivere in questo modo il detto “O mangi la minestra O salti dalla finestra”.

Approfondiamo ora la negazione di un operatore. Dalla proposizione “la spiaggia è aperta quando il mare è calmo E c’è il sole”, deduciamo che, quando la spiaggia non è aperta, deve essere vero che il mare **NON** è calmo **OPPURE NON** c’è il sole. Questo concetto viene espresso come $(\text{NOT } P) \text{ OR } (\text{NOT } Q)$. Similmente, negando $P \text{ OR } Q$, e sapendo che “la partita viene annullata in caso di pioggia O di vento forte”, se la partita è stata effettuata, allora non ci deve essere stata né pioggia né vento forte. Esprimiamo questo concetto come $(\text{NOT } P) \text{ AND } (\text{NOT } Q)$, trovando un corrispettivo più diretto nella nostra lingua grazie alla costruzione “né...né...”.

Questi esempi provengono dalla mostra “*Circuiti invisibili*” di Curvilinea, che esplora le applicazioni delle porte logiche da varie angolazioni, inclusi linguaggio e matematica, ma facendo anche ponti verso il mondo dell’informatica. Insegnanti, vi incoraggio a scoprire insieme agli studenti come, dalle sabbie digitali dei chip ai fili della comunicazione, **i fondamenti della logica matematica e la struttura della nostra lingua si incrociano e si rafforzano a vicenda**, dimostrando ancora una volta la meravigliosa intrecciatura tra matematica e realtà.