Le funzioni di utilità sotto l'albero di

© 2025 Rizzoli Education

Rizzoli EDUCATION

News

Natale

di Emanuele Bottazzi

*Secondaria di 2° grado - **Matematica***

Cara lettrice, caro lettore,
le giornate si accorciano, le città si riempiono di luci e, con l'avvicinarsi del Natale, ritornano anche le annose domande sui regali. L'ennesimo libro, orsetto Thun, videogioco potrà far piacere a quel parente o a quell'amico? Quantificare la soddisfazione causata da un bene può sembrare impossibile. Eppure in microeconomia, il ramo dell'economia che si occupa di studiare le decisioni dei singoli individui, si cerca di studiare qualitativamente proprio questa sensazione. Lo strumento principale per farlo è il concetto di funzione di utilità.

LE FUNZIONI DI UTILITÀ PER UN SINGOLO BENE

Proviamo a immedesimarci in una persona disoccupata, senza alcun introito. Se questa persona riuscisse a ottenere un lavoro tale da garantirgli uno stipendio netto di mille euro al mese, la sua soddisfazione sarebbe piuttosto elevata. Infatti ora potrebbe permettersi, oltre ai beni di prima necessità, anche qualche piccola spesa di piacere. Ora immaginiamo un dirigente che guadagna seimila euro al mese. Se ricevesse un aumento di stipendio di mille euro al mese, la sua vita non cambierebbe così tanto. In altre parole, la differenza tra la soddisfazione corrispondente a settemila euro al mese e a seimila euro al mese è inferiore alla differenza tra la soddisfazione corrispondente a mille euro al mese e a nessun introito.
Per spiegare questo concetto, gli economisti utilizzano il concetto di utilità marginale. In prima approssimazione, l'utilità marginale di un bene con funzione di utilità f è la funzione che associa x a $f(x+1)-f(x)$ (in questa formula, x indica la quantità di bene posseduto). L'esempio dell'aumento di stipendio si può parafrasare così: l'utilità marginale che descrive la soddisfazione dovuta alla disponibilità economica è una funzione non crescente. In effetti, questo è uno dei principi di base della teoria dell'utilità, valido per tutti i beni.
Se un bene, almeno a livello ideale, si potesse descrivere mediante una una funzione $f: \mathbb R \to \mathbb R$ continua e derivabile due volte, invece di utilizzare $f(x+1)-f(x)$ si considera l'utilità marginale $\lim_{h\to0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$. Sotto queste ipotesi sulla funzione di utilità f, il principio di base della teoria dell'utilità si può formulare dicendo che f' è non crescente o, in modo equivalente, che f'' è non positiva (cioè $f''(x)\leq 0$ per ogni $x \in\mathbb R$).

LE FUNZIONI DI UTILITÀ PER PIÙ BENI

Le funzioni di utilità permettono anche di descrivere la soddisfazione derivante dall'uso congiunto di più beni. Di solito, in economia si distinguono due casi: quello dei beni sostituti, in cui le due scelte sono quasi indifferenti al consumatore (per esempio due marche diverse di gazzosa), e quello dei beni complementari, in cui l'assenza di uno dei due impedisce di godere anche dell'altro (per esempio una console e un videogioco). Il primo caso è abbastanza semplice, siccome l'utilità si comporta press'a poco come quella di un singolo bene, in quantità pari alla somma dei singoli beni sostituti.
Il secondo caso, invece, è più interessante. Pensiamo a una persona che vuole cucinare il proprio dolce natalizio preferito. La ricetta prevede degli ingredienti in proporzioni precise: per esempio, 250 grammi di datteri, 300 grammi di farina, 175 grammi di zucchero, 100 di burro, 4 uova, spezie e lievito. La soddisfazione del possesso di ciascun ingrediente dipende dalla presenza o assenza di ciascun altro: possedere 750 grammi di datteri ma non avere alcun uovo corrisponderebbe a una soddisfazione nulla, siccome questa combinazione di ingredienti non permette di realizzare nemmeno una torta. Le funzioni di utilità che rappresentano questo tipo di situazioni dipendono dalla presenza minima di ciascun ingrediente nella proporzione richiesta per preparare il dolce. In termini matematici, la funzione di utilità degli ingredienti per la torta dipende da una variabile simile a $\min\left(\frac{d}{250},\frac{f}{300}, \frac{z}{170}, \frac{b}{100}, \frac{u}{4} \right)$ (dove d indica la quantità di datteri, f quella di farina, e così via). Questo tipo di funzioni di utilità per i beni complementari è stato studiato dall'economista russo naturalizzato statunitense Wassily Leontief.

LE FUNZIONI DI UTILITÀ E I REGALI DI NATALE

Cosa ci dicono le funzioni di utilità sui regali di Natale? A meno che non ci troviamo di fronte a un avido collezionista, il quarto orsetto Thun consecutivo difficilmente farà la stessa impressione del primo. Per i libri il discorso è diverso: un romanzo qualsiasi potrebbe passare inosservato, ma se sappiamo che a una persona manca l'ultimo libro di una serie avvincente, quel regalo sarà certamente gradito. Però affrontiamo la scelta dei regali senza l'affanno di dover ottimizzare

© 2025 Rizzoli Education

ipotetici modelli matematici: la consapevolezza di essere stati ricordati da una persona cara vale molto di più di quanto qualsiasi funzione di utilità possa descrivere.

PER APPROFONDIRE

- Alcuni esempi di funzioni di utilità, tra cui quella di Leontief, sono presentati alla pagina dirittoeconomia.net
- Per approfondire le tecniche matematiche legate all'ottimizzazione delle funzioni di utilità, puoi fare riferimento a Gauss 5, Unità 3, in cui vengono trattati in dettaglio metodi per ottimizzare la scelta, nel caso di due beni complementari, per un consumatore che sia soggetto a un dato vincolo di bilancio. Le stesse tecniche possono essere impiegate dalle aziende per valutare quale combinazione di fattori produttivi riesca a massimizzare l'utile complessivo

© 2025 Rizzoli Education