Il ruolo delle dimostrazioni in matematica

di Emanuele Bottazzi

*Secondaria di 2° grado - **Matematica***

Cara lettrice, caro lettore,

una delle attività principali in matematica è quella della **dimostrazione**. Tratto distintivo della disciplina, permette di verificare che un'affermazione sia vera oltre ogni ragionevole dubbio. Ma è davvero questo l'unico ruolo delle dimostrazioni?

© 2025 Rizzoli Education

Rizzoli EDUCATION

News

Dimostrazioni per spiegare

Secondo il professor De Villiers della Stellenbosch University in Sudafrica le dimostrazioni ricoprono altri quattro ruoli oltre a quello di **verificare le affermazioni matematiche**. Oltre alla verifica, infatti, una buona dimostrazione dovrebbe spiegare il motivo per cui una certa affermazione è vera. Questo ruolo è assente in alcune dimostrazioni ottenute mediante i computer, come quella del teorema dei quattro colori. In quel caso molti matematici concordano che il teorema sia stato verificato, ma che la dimostrazione non abbia portato a un reale aumento di conoscenza.

Dimostrazioni per sistematizzare

Un terzo ruolo delle dimostrazioni è quello di **sistematizzare la conoscenza acquisita**. Questo ruolo entra in gioco solo nel momento in cui sono già stati dimostrati diversi risultati che, a posteriori, possono essere sistematizzati mediante assiomi e definizioni. In questo caso il lavoro del matematico non consiste nel produrre nuova conoscenza, ma nell'**organizzare** quella precedente in un quadro unitario che possa fornire un approccio unificante a risultati all'apparenza slegati. La dinamica appena descritta è avvenuta per esempio all'inizio del Novecento con l'assiomatizzazione della geometria e dell'aritmetica.

Dimostrazioni per scoprire

L'attività di dimostrazione di un teorema può permettere ai matematici di scoprire delle proprietà ulteriori rispetto a quelle dalle quali erano partiti. Questo succede ogni volta che una dimostrazione aiuta a capire come generalizzare un teorema, per esempio eliminando delle ipotesi che si sono rivelate superflue.

Dimostrazioni per comunicare

Infine le dimostrazioni hanno un ruolo sociale: quello di stabilire delle forme di comunicazione accettabili all'interno della comunità matematica. Utilizzando questo metodo, matematici di tutto il mondo possono ragionare insieme sulle stesse idee, **costruire un consenso** o identificare errori mediante controesempi. Secondo il professor Thom dell'Institut des hautes études scientifiques francese, questo aspetto delle dimostrazioni come strumento di comunicazione ha permesso nel corso della storia di evitare o di affrontare in modo tempestivo errori che, se non riconosciuti, avrebbero potuto invalidare l'intero edificio della matematica.

Le dimostrazioni nella didattica della matematica

Secondo il professor Hersh della University of New Mexico, a scuola il ruolo principale delle dimostrazioni non deve essere di verificare le affermazioni, ma di spiegarle. Se una dimostrazione è troppo complessa per gli studenti, Hersh propone di sostituirla con attività diverse, per esempio delle verifiche empiriche (che, nella pratica matematica, sono spesso l'origine delle congetture che poi verranno dimostrate) o la ricerca di esempi e controesempi.

PER APPROFONDIRE

- Il professor De Villiers ha scritto diversi articoli sul ruolo delle dimostrazioni in matematica e a scuola. Uno di essi si può consultare alla pagina http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/proofa.pdf
- Due articoli del professor Ambrisi (ex presidente Mathesis) sul ruolo delle dimostrazioni a scuola:
    - https://www.matmedia.it/il-ruolo-delle-dimostrazioni-insegnanti-assolutisti-e-umanisti/
    - https://www.matmedia.it/le-dimostrazioni-nell-insegnamento/
- Il ruolo sociale delle dimostrazioni in matematica e la possibilità che esse mutino nel tempo è esposto in modo brillante nel libro Proofs and Refutations di Imre Lakatos.

© 2025 Rizzoli Education