



La matematica e il gioco. Parte I | La teoria dei giochi

di Emanuele Bottazzi

Secondaria di 2° grado - Matematica

Scarica l'articolo in pdf:

<https://www.rizzolieducation.it/content/uploads/2021/05/la-matematica-e-il-gioco-parte-i-la-teoria-dei-giochi-ss2-matematica.pdf>

Cara lettrice, caro lettore,

l'estate si avvicina e, mentre le giornate si allungano e il clima diventa più mite, anche la mente inizia a desiderare un meritato riposo. Non c'è momento migliore per parlare di giochi e quindi... di matematica! A prima vista questo accostamento può sembrare stridente: da un lato il gioco evoca immagini di aria aperta, divertimento, condivisione, mentre dall'altro la matematica sembra portarci in stanze chiuse a svolgere compiti ripetitivi in solitudine. Invece matematica e gioco hanno legami stretti e molto profondi, al punto che un solo articolo non è in grado di toccarli tutti. Quindi ci occuperemo di matematica e giochi per i prossimi mesi. In questo articolo ci concentreremo sullo studio sistematico dei giochi e sulla teoria matematica che ne è nata. A giugno inizieremo a goderci le vacanze estive con alcuni giochi matematici più o meno famosi. Invece a settembre ricominceremo l'anno scolastico esaminando il rapporto tra matematica e azzardo, un tema fondamentale non solo dal punto di vista scientifico ma anche da quello sociale.

CHE COS'È UN GIOCO?

Tutti sappiamo cosa sia un gioco. Abbiamo testimonianze storiche di giochi che risalgono a più di cinquemila anni fa. Condividiamo quest'attività anche con alcuni animali: chi di noi non ha mai giocato con un cane o un gatto? Eppure se ci chiedessero di dare una definizione esaustiva di gioco ci troveremmo in difficoltà. È molto più facile darne delle definizioni offensive, cioè far vedere concretamente alcuni esempi di giochi. Proporremo una definizione di gioco nell'articolo dedicato alla matematica e all'azzardo, nel frattempo invitiamo le lettrici e i lettori a cercarne una propria.

ZERMELO E GLI SCACCHI

Il tris è uno dei giochi più semplici che si imparano da bambini. Con alcune prove ed errori è possibile verificare che entrambi i giocatori hanno una strategia per pareggiare ogni partita, a prescindere da chi incomincia. Per questo, una volta imparata la strategia il tris risulta banale e anche poco divertente.

Al polo opposto di complessità, uno dei giochi più longevi e avvincenti della storia è sicuramente quello degli scacchi. Le regole odierne sono state definite nel XV secolo, mentre a partire dal XVII secolo si può iniziare a parlare di strategia scacchistica. All'inizio del Novecento, il matematico Ernst Zermelo dimostrò che

- il giocatore che gioca per primo (con i pezzi bianchi) ha una strategia vincente, oppure
- il giocatore che gioca per secondo (con i pezzi neri) ha una strategia vincente, oppure
- entrambi i giocatori hanno una strategia per cui ogni partita si conclude in pareggio.

Questo vuol dire che, dal punto di vista matematico, il gioco degli scacchi è determinato. In un certo senso, per i matematici il gioco degli scacchi è banale come il tris. Inoltre i giocatori esperti sostengono che la seconda opzione, cioè che il nero abbia una strategia vincente, sia improbabile. Infatti, se il nero avesse una strategia vincente, il bianco potrebbe replicarla con una mossa di anticipo, contraddicendo l'ipotesi che sia il nero a vincere.

Nonostante il teorema di Zermelo, determinare nella pratica una strategia vincente (o non perdente) per uno dei due giocatori è attualmente impossibile, per via della complessità del gioco. Quindi nella realtà il gioco degli scacchi continua a essere avvincente come lo era nel XV secolo.

LA TEORIA MATEMATICA DEI GIOCHI

In matematica, un gioco è una situazione in cui diversi soggetti interagiscono perseguendo ciascuno un proprio obiettivo e in cui il risultato finale dipende dalle azioni di ciascun partecipante. Questa definizione include delle situazioni che non hanno nulla a che fare con i giochi nel senso comune del termine: per esempio, la scelta di conformarsi o opporsi al comportamento di una maggioranza, l'ottimizzazione della produzione aziendale in regime di duopolio o la corsa agli armamenti tra fazioni opposte.

GLI EQUILIBRI NEI GIOCHI

Come per gli scacchi, anche negli altri giochi matematici è importante determinare se esiste una strategia ottimale per i giocatori. L'idea di strategia ottimale, codificata nel concetto di equilibrio di Nash (chiamato così in onore del matematico che la introdusse), estende il concetto di strategia vincente discusso da Zermelo per il gioco degli scacchi. Nel 1950 John Nash dimostrò che ogni gioco ammette un equilibrio di Nash, che però non sempre può essere espresso come aderenza a una singola strategia.

Consideriamo come esempio un gioco con due giocatori, in cui ciascuno ha una moneta da due Euro. Ogni giocatore sceglie segretamente se posizionare la moneta su Testa o su Croce, poi le monete vengono rivelate. Se le monete presentano la stessa faccia, quindi Testa Testa o Croce Croce, allora il primo giocatore paga 1€ al secondo giocatore, mentre se le facce sono diverse il secondo giocatore paga 1€ al primo giocatore. L'equilibrio di Nash di questo gioco prevede che ciascun giocatore scelga Testa o Croce con probabilità 1/2.

I GIOCHI NELLA VITA QUOTIDIANA

Come tante altre branche della matematica, anche la teoria dei giochi ha applicazioni alla vita quotidiana. Per esempio, essa può descrivere gli atteggiamenti cooperativi o non cooperativi tra membri di una stessa società (per esempio una famiglia, una classe scolastica o un'azienda) o alcune interazioni ricorrenti tra persone (per esempio, la decisione di quando arrivare a una riunione, con l'obiettivo di minimizzare il tempo di attesa dei colleghi ma anche la brutta figura nel caso di un ritardo ritenuto eccessivo). E voi, cari lettori, quali giochi incontrate nella vostra quotidianità?

PER APPROFONDIRE

- Una brevissima storia degli scacchi si può trovare alla pagina <https://www.tuttoscacchi.it/?alias=la-storia-degli-scacchi>
- La leggenda sulla nascita degli scacchi è presentata in questo articolo di Focus Junior: <https://www.focusjunior.it/scuola/storia/la-storia-degli-scacchi/>
- La complessità degli scacchi è discussa nell'articolo <https://www.chess.com/blog/davidhall97/is-chess-complex>
- Un modello di duopolio ottenuto con la teoria dei giochi è discusso alla pagina https://www.okpedia.it/modello_di_cournot
- Il gioco di Testa o Croce è discusso nelle prime tre slide della dispensa dell'Università di Trieste https://moodle2.units.it/pluginfile.php/82897/mod_resource/content/0/lecture3bis.pdf
- Una presentazione della teoria dei giochi del professor Roberto Lucchetti del Politecnico di Milano è stata pubblicata sulla rivista Lettera Matematica Pristem ed è consultabile alla pagina http://matematica.unibocconi.it/sites/default/files/LM105_Lucchetti.pdf